

文章编号: 1000-7598 (2009) 05-1275-06

地基沉降大变形有限元分析的几何刚度效应

丁洲祥^{1,2}, 朱合华², 丁文其², 蒋明镜²

(1. 北京交通大学 土建学院, 北京 100044; 2. 同济大学 岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

摘 要: 研究了基于完全拉格朗日 (Total Lagrangian) 描述的大变形有限元法分析地基沉降问题的几何刚度效应。在有限元列式的推导过程中严格考虑了土力学表述习惯的影响。通过算例分析, 主要研究了几何刚度效应对荷载-沉降曲线的影响, 并对比分析了不同率型大变形分析中的几何刚度效应问题。结果表明, 几何刚度效应的存在减小了地基大变形有限元系统的刚度; 忽略几何刚度效应将导致沉降计算结果偏小, 在地基变形较大的情况下误差更明显, Truesdell 率型大变形分析的最终沉降结果与小变形法的结果一致。几何刚度效应在地基大变形有限元分析中具有一定程度的影响, 处理不当可能出现结构刚度增大的现象。大变形分析结果的性质偏于刚硬。

关 键 词: 地基沉降; 几何刚度; 大变形; 有限元法; 土力学

中图分类号: TU 433; O 241.8

文献标识码: A

Effects of geometrical stiffness on foundation settlement by finite-strain finite element analysis

DING Zhou-xiang^{1,2}, ZHU He-hua², DING Wen-qi², JIANG Ming-jing²

(1. School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;

2. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Education Ministry, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Based on the total Lagrangian description, the finite-strain finite element method (FEM) for foundation settlement is formulated and investigated from the viewpoint of the effect of geometrical stiffness (EGS). The soil mechanics sign convention was considered in the derivation of the FEM formulation. An illustrative example is used to study the EGS on the curve of load vs. settlement, and to analyze comparatively the EGS on the finite-strain FEM based on constitutive relations using different stress rates. The results indicate that: (1) the occurrence of EGS decreases the stiffness of the finite-strain FEM system for foundation settlement problems; (2) the ignorance of EGS will underestimate the values of simulated results, esp. for the case of large deformation; (3) the ultimate settlement predicted by finite-strain FEM based on the constitutive relation with Truesdell stress rate would be the same with that by conventional small-strain method, etc. The EGS of finite-strain FEM for foundation settlement plays an important role in accurate simulation, and should be treated appropriately. Any improper treatment of EGS would change the property of finite-strain analysis results with higher stiffness.

Key words: foundation settlement; geometrical stiffness; finite strain; finite element method; soil mechanics

1 引 言

软土地基在土性较差和荷载等级较高等条件下可能会发生大变形沉降的案例已有不少, 例如: 墨西哥城美术馆所在区域的一般沉降量曾达 $7\text{ m}^{[1]}$; 杭甬高速公路某些区段路基的沉降量早已超过 5 m 。地基的大变形沉降不仅影响到建(构)筑物的正常使用, 还可能造成巨大的经济损失。近几年在 Gibson 一维大变形固结理论^[2]的研究进展中, 已经

得到多种情况下的半解析解或解析解^[3-7]。相比而言, 对于连续介质大变形固结理论^[8-9], 目前仍没有见到这种数学解, 其困难主要在于, 后者通常采用由应力率和应变率构成的本构方程, 它不同于前者的全量型本构关系, 一般难以得到对应的显式的全量表述形式。由于连续介质大变形固结理论本身的复杂性, 目前的数学分析手段仍然局限于数值方法, 其中又以有限元法为主。

大变形有限元法在地基变形分析中已得到广泛

收稿日期: 2008-04-07

基金项目: 国家自然科学基金项目 (No. 50708077, 50679057); 863 计划项目 (No. 2006AA11Z102); 中国博士后科学基金项目 (No. 20060400177)。

第一作者简介: 丁洲祥, 男, 1976 年生, 博士, 博士后, 主要从事岩土与地下结构工程方面的研究。E-mail: dingzhouxiang@163.com

应用^[8-14],但仍然不够完善,有不少基本问题还存在争议,并且没有公认的权威性结论^[15]。几何刚度效应就是大变形有限元分析特有的基本概念之一,以往的认识可以概括为 2 个方面:①几何刚度效应对系统结构刚度贡献的定性认识问题;②几何刚度矩阵是否可以忽略的问题。在固体力学大变形分析的文献^[15-16]中,对第 1 个问题已取得较为一致的观点:当应力为拉应力时,几何刚度矩阵的存在提高了结构的刚度;而当应力为压应力时,则减小了结构的刚度。对 2 个问题的研究报道则较为少见,文献^[10]认为,忽略几何刚度矩阵对最终计算结果的影响不是很大,但没有阐明由此可能产生的定性和定量误差。Borja 等^[13]则认为,忽略几何效应在变形较大时将改变解答的性质,但没有给出更具体的结论,也没有剖析其原因。因此,有必要深入研究几何刚度效应对地基沉降有限元分析结果的影响。

本文基于完全拉格朗日描述的大变形有限元法,结合算例分析,深入探讨了地基大变形沉降中的几何刚度效应,考虑了不同的率型本构关系和符号约定等因素,最后得到一些新的认识。

2 大变形有限元方程与几何刚度效应

文献^[9, 17]按土力学符号约定推导了大变形控制方程及其有限元方程,与以往不同的是,其中对于位移-应变几何关系未作任何简化,这对于全面考虑几何刚度效应是非常重要的。地基沉降的完全拉格朗日描述大变形增量 FEM 方程为^[17]

$$\tilde{\mathbf{K}}_{\text{DS}}\Delta\mathbf{a}_e = \bar{\mathbf{R}} + \mathbf{R}_{\text{sp}} \quad (1)$$

式中: $\tilde{\mathbf{K}}_{\text{DS}}$ 为有限元系统的刚度矩阵; $\mathbf{R}_{\text{sp}}$ 为时刻 t 的总应力场的等效节点力矢量; $\bar{\mathbf{R}}$ 为在时刻 $t + \Delta t$ 的体力与面力载荷等效节点力矢量; $\Delta\mathbf{a}_e$ 为单元节点未知量矢量。 $\tilde{\mathbf{K}}_{\text{DS}}$ 定义为

$$\tilde{\mathbf{K}}_{\text{DS}} = \tilde{\mathbf{K}}_{\text{D}} - \mathbf{K}_{\text{S}} \quad (2)$$

其中:

$$\tilde{\mathbf{K}}_{\text{D}} = \int_{V_0} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \tilde{\mathbf{B}} dV \quad (3)$$

$$\mathbf{K}_{\text{S}} = \int_{V_0} \mathbf{G}^T \mathbf{M} \mathbf{G} dV \quad (4)$$

式中: $\mathbf{B}$ 和 $\tilde{\mathbf{B}}$ 为大变形应变转换矩阵; $\mathbf{D}$ 为本构矩阵; $\mathbf{G}$ 为形函数梯度矩阵; $\mathbf{M}$ 为由应力矢量 $\mathbf{S}$ 的各分量组成的应力矩阵; $\tilde{\mathbf{K}}_{\text{D}}$ 为单元刚度矩阵; $\mathbf{K}_{\text{S}}$ 为几何刚度矩阵。

通过分析可见,即便取最简单的线性次弹性本构关系,大变形 FEM 增量方程组式(1)仍然是非线性的,其非线性主要是因为 $\tilde{\mathbf{K}}_{\text{D}}$ 为节点位移增量的隐函数。在非线性有限元发展的初期,有些学者将 $\tilde{\mathbf{K}}_{\text{D}}$ 中的某些非线性项忽略,但这种简化对于大位移问题往往引起极大误差^[15]。笔者认为,这种简化本质上是忽略了大位移引起的结构刚度变化,对于地基大变形沉降问题显然是不合适的,而本文的推导过程无论是对位移、几何关系式还是在求虚变形能时未作任何简化,这样导出的公式具有更高的精确性。

几何刚度矩阵 $\mathbf{K}_{\text{S}}$ 在大变形 FEM 方程组中的地位如式(2)所示,它在力学意义上表示大变形情况下当前应力水平对系统结构刚度的影响,这里将其统称为几何刚度效应。为便于研究,下面引入系数 μ ,将式(2)改写为

$$\tilde{\mathbf{K}}_{\text{DS}} = \tilde{\mathbf{K}}_{\text{D}} - \mu \mathbf{K}_{\text{S}} \quad (5)$$

μ 分别为 1、0、-1 时,分别表示严格考虑和忽略几何刚度效应以及几何刚度矩阵取相反数等 3 种情况。

基于土力学符号约定严格导出的大变形系统刚度 $\tilde{\mathbf{K}}_{\text{DS}}$ 的表达式中, $\mathbf{K}_{\text{S}}$ 前面有一个减号。但在固体力学大变形系统刚度矩阵的表达式^[15-16]中, $\mathbf{K}_{\text{S}}$ 前面应当是加号,这是应力、应变度量的符号约定不同引起的。个别文献采用土力学符号约定导出的大变形系统刚度矩阵中, $\mathbf{K}_{\text{S}}$ 前面亦为加号,这可能是排版失误等复杂原因造成的。将式(5)中的 μ 值取 -1,即可较方便地考虑上述情况的影响。

3 算例分析

一般而言,模型的复杂性和非线性程度越高,则越难保证计算结果的精度和可靠性。考虑到本文的研究重点,这里设计简单的均质土体一维大变形算例的本构关系服从线性次弹性模型,压缩层厚度为 30 m,线性次弹性模量为 500 kPa,泊松比为 0.4。选用平面应变单元,共划分 60 个均匀单元,并在单元两侧面分别施加水平位移约束以模拟一维变形,底面为固定边界条件。

为提高数值分析结果的精度,本文并不以式(1)的线性化结果作为大变形解答,而是采用余量迭代算法^[9]进行求解。在失衡力矢量的计算中严格考虑了几何非线性引起的非线性项,这样大变形计算结果的误差就可以通过失衡力矢量的某个范数来控制。本文采用其 ∞ 范数小于 10^{-4} N 作为终止迭代

的条件,主要考虑到 1/10 000 N 的失衡力误差对于常见工程问题已足够精确。荷载增量步长均取 1.0 kPa,通过反复试算,这样小的增量步长也是合理可行的。

以下分析将针对 2 种情况,即压力荷载作用下 μ 值对沉降计算结果的影响,以及拉压不同荷载下一维有限变形结果的差异。前者的目的主要在于探讨大变形分析中能否忽略几何刚度矩阵这一问题,而后者旨在分析几何非线性问题的拉压刚度不同效应。

3.1 荷载-变形曲线与几何刚度效应

图 1 给出了压力荷载作用下地基沉降量 s 随荷载 p 的变化规律。图中的 FS (finite strain) 和 SS (small strain) 分别表示大、小变形法的结果。当地基土体变形较小时,大、小变形法结果之间的差异并不明显, μ 值的影响也较小。但随着变形发展,不同 μ 值对大变形分析结果的影响越来越显著。忽略几何刚度矩阵 ($\mu=0$) 时的计算沉降量要偏小于正确考虑几何刚度矩阵 ($\mu=1$) 时的结果。文献[10]使用了自修正迭代算法求解大变形固结方程组,并在路基沉降量不大(约 1~2 m)的情况下,认为几何刚度矩阵的影响不是很大,图 1 的结果也验证了这一点。但在地基沉降变形较大情况下,图 1 的结果表明:①几何刚度矩阵不可忽略,并且其影响会随变形发展而扩大;②忽略几何刚度矩阵将导致地基大变形沉降问题的系统刚度增加,从而使结果偏于刚硬。Borja 等^[13]的观点从图 1 中也可以得到部分验证——在特大变形情况下忽略几何效应可能导致解答性质改变,但作者没有说明这种性质改变是趋于偏软还是偏硬。

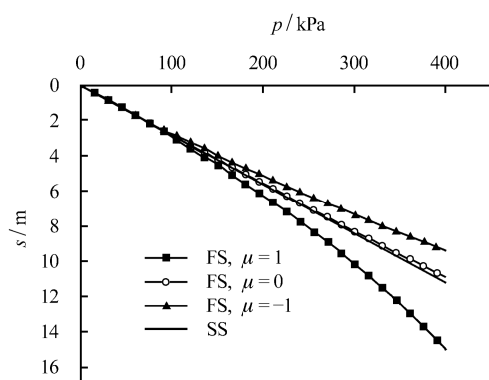


图 1 压力荷载作用下的荷载-沉降量关系

Fig.1 Relation between load and settlement under compression

图 1 也给出了 $\mu=-1$ 情况下 $p-s$ 曲线的发展规律。对比可见,在相同压力荷载下, $\mu=-1$ 时沉降计算结果最小,甚至小于小变形法的结果。这说明,

在使用符号约定不慎导致几何刚度矩阵的符号弄反的极端情况下,将使系统刚度得到大幅增加,最终导致沉降计算结果的性质发生根本改变,不能不引起重视。

真实土体不能承受或仅能承受很小的拉应力。这里不考虑土体强度和破坏,将其等效于横截面积不变的一维杆件的拉伸变形问题,以便于理论上分析拉、压不同状态下几何刚度效应的差异。拉、压荷载作用下等效杆的荷载-变形关系如图 2 所示(纵轴表示沉降)。由图可见,当 $\mu=1$ 时,在压力作用下,系统的刚度随着荷载的增加而逐渐减小;而在拉力作用下,系统刚度随着荷载增大而逐渐增加,这一结论与经典稳定性理论分析结果一致,与文献[15-16]关于几何刚度效应的结论也相符,同时还验证了本文以土力学符号约定导出的有限元列式和结果的正确性;而在 $\mu=-1$ 的极端情况下,系统刚度随荷载的变化规律与 $\mu=1$ 的情况刚好相反,这也说明了正确使用符号约定的重要性。

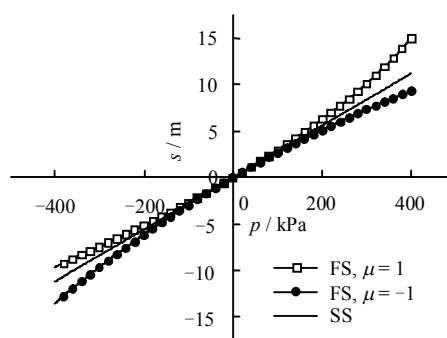


图 2 拉压荷载作用下等效杆的荷载-变形关系

Fig.2 Relation between load and deformation for equivalent bar under compression and tension

Bathe^[18]研究了拉力荷载作用下一维问题的荷载-位移响应曲线。结果表明,随着受拉变形的发展,结构的刚度不断增加。这与本文图 2 中 $\mu=1$ 情况下的定性结论是一致的。与本文不同的是, Bathe^[18]采用了基于超弹性模型的大变形本构关系,而这里采用的是 Jaumann 率型次弹性本构关系。这意味着无论超弹性模型还是次弹性模型,几何刚度效应的性质都是一样的。

3.2 大变形计算本构关系与几何刚度效应

大、小变形法的计算本构关系见图 3,其中大变形的应力和应变度量分别采用 Kirchhoff 应力 S_{11} 与 Green 应变 E_{11} ,而小变形法的应力和应变度量则采用 Cauchy 应力和工程应变。可见,即使对于简单的线性次弹性本构模型,其对应的大变形全

量应力和应变之间的关系也是非线性的。进一步的研究结果还表明， μ 值对本构关系曲线的形态没有影响，而仅仅影响 $p-s$ 曲线的发展程度以及应力和应变值的最终大小，这是因为不同情况下变形量不同的缘故。结合连续介质力学和有限元法的有关理论不难理解其本质原因。

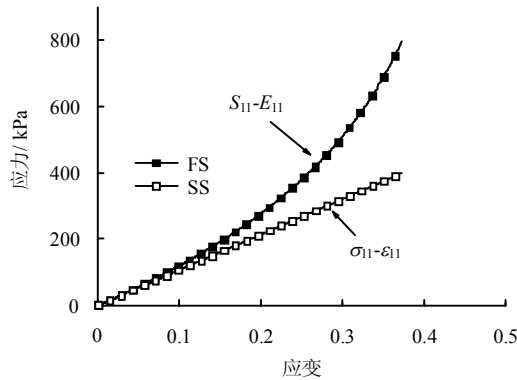


图 3 大、小变形法的计算本构关系曲线
Fig.3 Computational curves of constitutive relations for methods of finite strain and small strain

根据有限元分析结果得到的小变形法原点割线压缩模量的计算值和理论值如表 1 所示。可见，计算压缩模量的相对误差的绝对值均小于 0.02%，因此，本文的数值计算方法和结果是可靠的。

表 1 小变形法的压缩模量计算值与理论值对比
Table 1 Calculated and theoretical values of compression modulus by small strain method

Cauchy 应力 /kPa	工程应变	压缩模量		
		计算值/kPa	理论值/kPa	相对误差/%
100	0.093 3	1 071.432 4	1 071.428 6	0.000 4
200	0.186 7	1 071.409 4	1 071.428 6	-0.001 8
300	0.280 0	1 071.428 6	1 071.428 6	0.000 0
400	0.373 3	1 071.438 1	1 071.428 6	0.000 9

由于次弹性本构模型建立的是应力率和应变率之间的函数关系，尚未见到其对应的应力全量和应变全量之间的解析式，因此，这里只能基于图 3 中有限元分析的结果求得对应的大变形法原点割线压缩模量，结果见表 2。

表 2 大变形法的压缩模量计算值
Table 2 Calculated value of compression modulus by finite strain method

Kirchhoff 应力 /kPa	Green 应变	压缩模量计算值 /kPa
111.150	0.093	1 190.667
253.400	0.187	1 357.303
454.750	0.280	1 622.311
805.280	0.374	2 151.027

通过对图 3、表 1 和表 2 中数据的分析可知，基于相同材料参数的大、小变形法原点割线压缩模量的变化规律存在根本不同，前者的非线性程度更高，并且数值上随变形发展不断增大，但这一特点并不受几何刚度效应的影响。

3.3 不同率型本构关系与几何刚度效应

前面的大变形率型本构关系采用了 Jaumann 应力率，这种应力率多见于早期大变形有限元求解中^[19]。还有一种较新的 Truesdell 应力率，其客观性比 Jaumann 率要强一些，当忽略邻域变形时前者可以退化为后者。文献[20]对这 2 种率型本构关系产生的影响进行过探讨。本文将继续研究两者与几何刚度效应之间的关系。

图 4 和图 5 分别给出了不同 μ 值情况下基于 Truesdell 率型本构关系的大变形荷载-沉降变形曲线和计算本构关系曲线。由图 4 可见，随着变形发展，忽略几何刚度效应 ($\mu = 0$) 将导致沉降计算

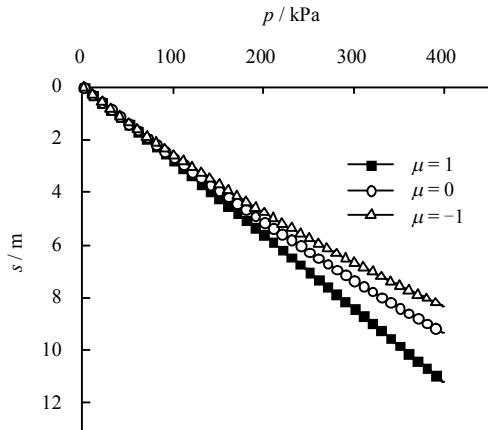


图 4 基于 Truesdell 率型本构的大变形荷载-沉降曲线
Fig.4 Calculated curve of load-settlement based on finite-strain constitutive relation with Truesdell stress-rate

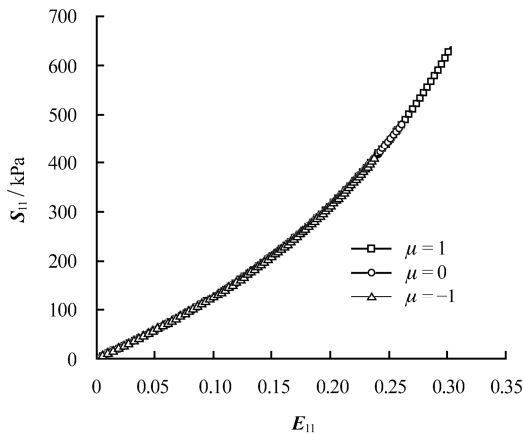


图 5 Truesdell 率型大变形计算本构曲线
Fig.5 Calculated curves of finite-strain constitutive relation based on Truesdell stress-rate

偏差不断增大,并且导致变形结果偏于刚硬;在 $\mu = -1$ 的极端情况下,计算偏差更加显著,其相同荷载下的沉降值也是最小的。这些结论与 Jaumann 率型情况下几何刚度效应的分析结果完全相同。

由于几何刚度效应显著地改变了大变形情况下系统的结构刚度,因此,在不同 μ 值情况下,即使荷载水平一样,其沉降变形的计算值也不会相同。这种机制就造成图5中不同 μ 值的大变形计算本构关系曲线尽管性态一样,但最终应力和应变的量值不同。

在图6和图7中,分别给出了基于2种率型本构的大变形法及小变形法得到的荷载-沉降曲线和应力-应变关系曲线。图6中的结果表明,在同一荷载水平条件下,Jaumann 率型大变形分析的沉降量偏大于小变形法的结果,其间的差别随变形增大而增加,而 Truesdell 率型大变形分析的沉降量却与小变形结果一致。

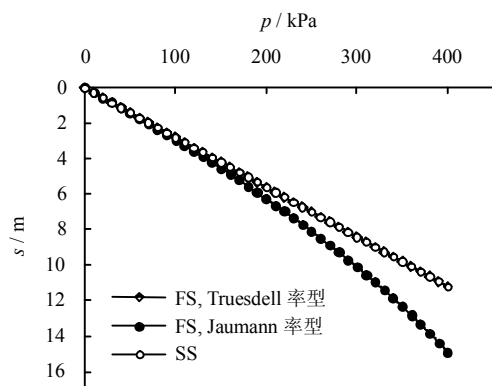


图6 基于不同率型本构关系的大、小变形荷载-沉降曲线
Fig.6 Calculated load-settlement curves by small-strain and finite-strain methods based on different stress-rate constitutive relations

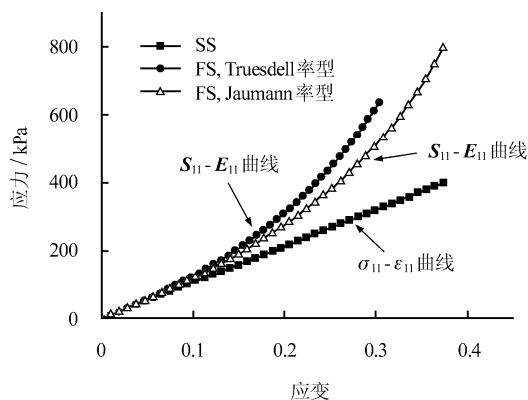


图7 基于不同率型本构关系的大、小变形法计算本构关系
Fig.7 Calculated constitutive curves by small-strain and finite-strain methods based on different stress-rate constitutive relations

值得注意的是, Xie 等^[3]提出了 Gibson 大变形固结理论的一种完整解析解,由此计算的大变形法的固结沉降量始终大于小变形法的结果,而大、小变形法的最终沉降量是一样的。由于本文进行的是总应力分析,所得沉降量就是最终沉降量。这样, Truesdell 率型大变形分析的最终沉降量与 Gibson 理论完整解析解的结果一致,这不能不耐人寻味,因为这两类理论的本构关系表述根本不同,如引言中所述。从应力率的角度分析,这可能是由于 Truesdell 应力率能够考虑邻域变形具有更广泛的客观性的缘故。

尽管 Truesdell 率型大变形分析的荷载-沉降曲线与小变形法结果一样,但这并不意味着 Truesdell 率型的大变形本构关系具有线性性质。正如图7给出的2种率型大变形法和小变形法的计算本构关系所示, Truesdell 率和 Jaumann 率型的两类大变形本构关系表现出明显的材料非线性,而这仅仅是在线性次弹性情况下的结果。可以推想,对于更加复杂的材料本构模型,其非线性性质将更加显著,相应的计算复杂性也会更强,但这不是本文研究的重点。换言之,本文的研究结果证实了这样的观点:不管大变形本构关系有多么简单或多么复杂,都需要重视其大变形有限元分析中的几何刚度效应;否则,地基沉降变形的计算结果就可能出现较大偏差,不利于进行地基基础方案的设计优化。

4 结 论

(1) 大变形有限元中的几何刚度效应源于当前的应力水平和几何非线性,它对系统结构刚度贡献的性质取决于应力状态。在地基沉降问题中,由于土体处在压应力状态,其中的几何刚度效应相当于减小了系统刚度。

(2) 从荷载-沉降曲线的关系来看,忽略几何刚度效应或处理不当情况下将导致地基沉降计算结果偏小,即结果偏于刚硬,以此作为工程设计依据可能会引起不安全的结果,尤其对于变形较大的情况,值得引起重视。

(3) Truesdell 率型大变形理论预测的最终沉降量与 Gibson 理论完整解析解的结果一致,这可能在于其客观性较强的原因。常用的 Jaumann 率型大变形法的地基沉降预测结果偏大于小变形法结果,但分析中如果对几何刚度效应处理不当,将会改变大变形分析结果的性质。

参考文献

- [1] LAMBE T W, WHITMAN R V. Soil mechanics (SI version) [M]. New York: John Wiley & Sons Inc., 1979.
- [2] GIBSON R E, ENGLAND G L, HUSSEY M J L. The theory of one-dimensional consolidation of saturated clays(I): finite nonlinear consolidation of thin homogeneous layers[J]. **Geotechnique**, 1967, 17(3): 261—273.
- [3] XIE X Y, ZHANG J F, ZENG G X. Similarity solution of self-weight consolidation problem for saturated soil[J]. **Applied Mathematics and Mechanics**, 2005, 26(9): 1165—1171.
- [4] MORRIS P H. Analytical solutions of linear finite- and small-strain one-dimensional consolidation[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2005, 29: 127—140.
- [5] XIE K H, LEO C J. Analytical solutions of one-dimensional large strain consolidation of saturated and homogeneous clays[J]. **Computers and Geotechnics**, 2004, 31: 301—314.
- [6] 郑辉, 谢康和, 杨晓强. 双层饱和软土地基一维大应变固结研究[J]. **岩土力学**, 2004, 25(11): 1770—1774, 1778.
- ZHENG Hui, XIE Kang-he, YANG Xiao-qiang. Study of one dimensional large strain consolidation of double-layered saturated soft clays[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2004, 25(11): 1770—1774, 1778.
- [7] 李冰河. 成层饱和软黏土地基大应变固结理论研究[博士学位论文 D]. 杭州: 浙江大学, 1999.
- [8] CARTER J P, SMALL J C, BOOKER J R. A theory of finite elastic consolidation[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 1977, 13(5): 467—478.
- [9] 丁洲祥. 连续介质固结理论及其工程应用[博士学位论文 D]. 杭州: 浙江大学, 2005.
- [10] 谢永利. 大变形固结理论及其有限元法[M]. 北京: 人民交通出版社, 1998.
- [11] 谢新宇. 一维大变形固结理论的研究[博士学位论文 D]. 杭州: 浙江大学, 1996.
- [12] 沈珠江. 理论土力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2000.
- [13] BORJA R I, TAMAGNINI C, ALARCON E. Elastoplastic consolidation at finite strain Part 2: Finite element implementation and numerical examples[J]. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 1998, 159: 103—122.
- [14] LI X, LIU Z, LEWIS R W, et al. Mixed finite element method for saturated poroelastoplastic media at large strains[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 2003, 57: 875—898.
- [15] 何君毅, 林祥都. 工程结构非线性问题的数值解法[M]. 北京: 国防工业出版社, 1994.
- [16] 吴永礼. 计算固体力学方法[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [17] 丁洲祥, 朱合华. Jaumann 率型一维大变形本构关系的双曲线模型[J]. **岩土力学**, 2006, 27(增刊): 35—39.
- DING Zhou-xiang, ZHU He-hua. Hyperbolic model for one-dimensional large-strain constitutive relations of Jaumann rate-type[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(Supp.): 35—39.
- [18] BATHE K J. 工程分析中的有限元法[M]. 北京: 机械工业出版社, 1991.
- [19] ZIENKIEWICZ O C, TAYLOR R L. The finite element method(5th edition)[M]. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000.
- [20] 丁洲祥, 龚晓南, 谢永利, 等. 基于不同客观本构关系的路基大变形固结分析[J]. **岩土力学**, 2006, 27(9): 1485—1489, 1500.
- DING Zhou-xiang, GONG Xiao-nan, XIE Yong-li, et al. Large strain consolidation of roadbed based on various objective constitutive relations[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(9): 1485—1489, 1500.